

قضايا متباينات بمتغيرين

قرر بالنسبة لكل قضية إن كانت صواب أم خطأ واكتب التعليل المناسب بوضوح.

1. إذا كان $y > x$ فإن $\frac{2}{3}y > \frac{2}{3}x$.

(جواب: القضية صواب والقضية العكسية صواب. علل!)

2. إذا كان $y > x$ فإن $-\frac{4}{3}y > -\frac{4}{3}x$.

(جواب: القضية خطأ والقضية العكسية خطأ. علل!)

3. إذا كان $y > x$ فإن $y+10 > x+11$.

(القضية خطأ. تعليل: مثال مضاد: $x=0$ & $y=0.5$). (جد أمثلة مضادة أخرى).

(القضية العكسية صواب. اكتبها وعلل!)

4. إذا كان $y > x$ فإن $y-10 > x-11$.

(القضية صواب. تعليل: طرحنا من الكبير عددًا أصغر مما طرحنا من الصغير. تعليل آخر: بما أن

$y > x$ فإن $y-10 > x-10 > x-11$). أكتب القضية العكسية وعلل لماذا هي قضية خطأ.

5. إذا كان $y > x$ فإن $10-y < 11-x$.

6. إذا كان $y > x$ فإن $70-8y < 90-8x$.

7. إذا كان $y > x$ فإن $y-7 > x-7$.

8. يوجد عدنان x و y بحيث أن $y > x$ لكن $y^2 < x^2$.

قضية صواب. تعليل: يوجد عدنان يحققان الشرط والنتيجة مثلاً: $x = -4$ و $y = 1$. جد أمثلة أخرى.

9. يوجد عدنان x و y بحيث أن $y > x$ لكن $y^3 < x^3$.

قضية خطأ. استعن بالرسم البياني. أكد أن $y^3 > x^3 \Leftrightarrow y > x$

10. يوجد عدنان موجبان x و y بحيث أن $y > x$ لكن $y^2 < x^2$.

(القضية خطأ. من أجل التعليل استعن بالرسم البياني).

11. يوجد عدنان موجبان x و y بحيث أن $y > x$ لكن $(y-2)^2 < (x-2)^2$.

قضية صواب. تعليل: ندلّ على عددين يحققان الشرط والنتيجة. مثلاً $y = 1$ & $x = 0.5$. جد أمثلة أخرى.

12. إذا كان $y > x$ فإن $3y + 5x + 12 > 8x + 11$.

(القضية صواب. علل!)

13. إذا كان $y > x$ فإن $(y+3)^2 > (x+3)^2$.

(القضية خطأ.. مثلاً: $x = -8$ و $y = 0$. علل!)

سؤال: القضية ليست صحيحة بشكل عام. إذ توجد أزواج تحقق القضية وتوجد أزواج أعداد لا تحقق القضية. عيّن في هيئة المحاور مجموعة أزواج الأعداد (x, y) التي تكون القضية صحيحة بالنسبة لها. أجاب أحد الطلاب فقال: مجموعة النقاط في هيئة المحاور التي تقع فوق المستقيم $y = x$ وأيضاً فوق المستقيم $y = -x - 6$. (أرسم المستقيمين وحدد المنطقة المذكورة من المستوى (في هيئة المحاور)). هل جواب الطالب صواب؟ علل!

14. إذا كان x و y يختلفان عن 0 و $y > x$ فإن $\frac{y}{x} > 1$.

جواب: القضية خطأ. مثلاً عندما يكون: $x = -2$ و $y = 1$ يحققان الشرط ولا يحققان جواب الشرط.

سؤال: عيّن في هيئة المحاور مجموعة أزواج الأعداد (x, y) التي تكون القضية صحيحة بالنسبة لها. أجب أحد الطلاب على السؤال فقال: مجموعة النقاط الموجودة في الربع الأول فوق المستقيم $y = x$. هل جواب الطالب صواب؟ علل! (انتبه أن جواب الطالب هو المجموعة هي: $\{(x, y) \mid y > x \ \& \ x > 0 \ \& \ y > 0\}$.)

15. يوجد x و y يحققان $y > x$ وكذلك يحققان $\frac{y}{x} < 1$.

جواب: قضية صواب. التعليل في تعليل القضية السابقة.

16. يوجد x و y يحققان $y > x$ وكذلك يحققان $\frac{y}{x} < -10$.

جواب: القضية صواب. تعليل: ندلّ على عددين يحققان الشرط والنتيجة. مثلاً $x = -1$ و $y = 11$.

17. لكل عددين x و y إذا حققا الشرط $y > x$ فإنهما يحققان $\frac{y}{x} > -1$.

جواب: قضية خطأ. مثال مضادّ: $y = 2$ و $x = -1$. (جد أمثلة مضادّة أخرى. حاول أن تعيّن في هيئة المحاور مجموعة كل الأمثلة المضادّة، أي مجموعة أزواج الأعداد التي تفنّد القضية).

18. يوجد عددان x و y بحيث أن $y^2 > x^2$ وأيضاً $\frac{y}{x} < -1$.

جواب: قضية خطأ. تعليل: مثال مضادّ: $y = 2$ و $x = -1$. جد أمثلة مضادّة أخرى. حاول أن تعيّن في هيئة المحاور مجموعة كل الأمثلة المضادّة، أي مجموعة أزواج الأعداد التي تفنّد القضية).