

9. ما هي الجملة الصحيحة بالنسبة للدالة  $f(x) = x^2 - 2x + 2$  ؟

1. القيمة العظمى للدالة 2 عندما  $x = -1$

2. القيمة الصغرى للدالة 1 عندما  $x = 1$

3. القيمة العظمى للدالة 1 عندما  $x = 1$

4. القيمة الصغرى للدالة 2 .

(إرشاد:  $f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ .)

10. ما هي الجملة الصحيحة بالنسبة للدالة  $f(x) = -x^2 - 2x + 2$  ؟

1. القيمة العظمى للدالة 3 عندما  $x = -1$

2. القيمة الصغرى للدالة 1 عندما  $x = 1$

3. القيمة العظمى للدالة 1 عندما  $x = 1$

4. القيمة الصغرى للدالة 2 .

(إرشاد:  $f(x) = -x^2 - 2x + 2 = -[x^2 + 2x - 2] = -[(x+1)^2 - 3] = 3 - (x+1)^2$ .)

بالنسبة لكل واحدة من القضايا الآتية، قرر إن كانت صواب أم خطأ، واكتب التعليل المناسب.

11. القيمة العظمى للدالة  $f(x) = 6 - x^4$  هي 6 عندما  $x = 0$  .

12. القيمة الصغرى للدالة  $f(x) = (x-5)^4 + 3$  هي 3 عندما  $x = 5$  .

13. عدد النقاط الصفرية للدالة  $f(x) = x^2 + x - 1$  هو 1 .

(إرشاد: الدالة من الصورة  $\cup$  وتقطع محور  $y$  في النقطة  $(0, -1)$  لذلك فهي بالتأكيد تقطع محور  $x$  في نقطتين.)

14. عدد النقاط الصفرية للدالة  $f(x) = x^2 - x - 1$  هو 2 .

15. عندما يكون  $c < 0$  فتكون للدالة  $f(x) = x^2 + bx + c$  نقطتان صفريتان .

(إرشاد: الدالة من الصورة  $\cup$  وتقطع محور  $y$  في النقطة  $(0, c)$ ، بما أن  $c < 0$  فإن هذه النقطة تحت محور  $x$ ، لذلك فإن الدالة بالتأكيد تقطع محور  $x$  في نقطتين).

16. عندما يكون  $c < 0$  فإن للمعادلة  $x^2 + bx + c = 0$  حلان أحدهما موجب والآخر سالب.

17. عندما يكون  $\frac{c}{a} < 0$  فإن للدالة  $f(x) = ax^2 + bx + c$  نقطتان صفريتان مختلفتان بالإشارة.

(إرشاد: حالة 1:  $c < 0$  و  $a > 0$  الدالة من الصورة  $\cup$  وتقطع محور  $y$  في النقطة  $(0, c)$ ، بما أن  $c < 0$  فإن هذه النقطة تحت محور  $x$ ، لذلك فإن الدالة بالتأكيد تقطع محور  $x$  في نقطتين .

حالة 2:  $c > 0$  و  $a < 0$  الدالة من الصورة  $\cap$  وتقطع محور  $y$  في النقطة  $(0, c)$ ، بما أن  $c > 0$  فإن هذه النقطة فوق محور  $x$ ، لذلك فإن الدالة بالتأكيد تقطع محور  $x$  في نقطتين).

18. إذا كان  $a(a+b+c) < 0$  فيكون للمعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  حلان.

(إرشاد: نرمز:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . لذلك فإن:  $f(1) = a + b + c$ . نميز بين حالتين: حالة 1:  $f(1) < 0$  و  $a > 0$  الدالة من الصورة  $\cup$  وتقطع محور  $y$  في النقطة  $(0, f(1))$ ، بما أن  $f(1) < 0$  فإن هذه النقطة تحت محور  $x$ ، لذلك فإن الدالة بالتأكيد تقطع محور  $x$  في نقطتين .

حالة 2:  $f(1) > 0$  و  $a < 0$  الدالة من الصورة  $\cap$  وتقطع محور  $y$  في النقطة  $(0, f(1))$ ، بما أن  $f(1) > 0$  فإن هذه النقطة فوق محور  $x$ ، لذلك فإن الدالة بالتأكيد تقطع محور  $x$  في نقطتين).

19. إذا كان  $a(a-b+c) < 0$  فيكون للمعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  حلان. (إرشاد: يشبه التعليل في السؤال السابق.  $f(-1) = a - b + c$ ).

20. إذا كان  $a(4a+2b+c) < 0$  فيكون للمعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  حلان.

21. إذا حققت الدالة التربيعية  $f(x) = ax^2 + bx + c$  الشرط  $f(1) \cdot f(2) < 0$  فإنها تقطع محور  $x$  في نقطتين.

22. إذا حققت الدالة التربيعية  $f(x) = ax^2 + bx + c$  الشرط  $f(-3) \cdot f(5) < 0$  فإنها تقطع محور  $x$  في نقطتين.

23. إذا حققت الدالة التربيعية  $f(x) = ax^2 + bx + c$  الشرط  $f(a) \cdot f(b) < 0$  فإنها تقطع محور  $x$  في نقطتين.

24. إذا حققت الدالة التربيعية  $f(x) = ax^2 + bx + c$  الشرط:

$$(a+b+c) \cdot (4a+2b+c) < 0$$

25. إذا حققت الدالة التربيعية  $f(x) = ax^2 + bx + c$  الشرط:

$$(a-b+c) \cdot (9a-6b+c) < 0$$

26. إذا تحقق الشرط  $a(4a-2b+c) < 0$  فإن  $b^2 > 4ac$ .

(جواب: صواب. التعليل: لتكن  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . الشرط المعطى يكافئ  $a \cdot f(-2) < 0$ . (تفسير مشابه لسؤال 20) لذلك فإن الدالة تقطع محور  $x$  في نقطتين. لذلك فإن  $\Delta > 0$ . أي أن  $b^2 > 4ac$ ).

27. إذا تحقق الشرط  $(4a+2b+c)(4a-2b+c) < 0$  فإن  $b^2 > 4ac$ .

28. إذا تحقق الشرط  $(4a+2b+c)(4a-2b+c) < 0$  فإن للمعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  يوجد حلان أحدهما داخل المجال  $[-2, 2]$  والآخر خارجه.

29. إذا تحقق الشرط  $\frac{4a+2b+c}{4a-2b+c} < 0$  فإن للمعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  يوجد حلان أحدهما داخل المجال  $[-2, 2]$  والآخر خارجه. (اعتمد على السؤال السابق).

30. إذا تحقق الشرط  $(a+b+c)(a-b+c) < 0$  فإن للمعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  يوجد حلان أحدهما داخل المجال  $[-1, 1]$  والآخر خارجه.

31. إذا تحقق الشرط  $\frac{a+b+c}{a-b+c} < 0$  فإن للمعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  يوجد حلان أحدهما داخل المجال  $[-2, 2]$  والآخر خارجه. (اعتمد على السؤال السابق).

32. إذا كان  $\frac{a+b+c}{a-b+c} < 0$  فإن  $\frac{a-b+c}{a+b+c} < 0$ .

33. إذا تحقق الشرط  $(a+2b+4c)(a-b+c) < 0$  فإن للمعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  يوجد حلان أحدهما داخل المجال  $[-1, 0.5]$  والآخر خارجه.

34. إذا تحقق الشرط  $(a+2b+4c)(a-3b+9c) < 0$  فإن للمعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  يوجد حلان أحدهما داخل المجال  $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$  والآخر خارجه.

# العلاقة بين دالة تربيعية ودالة

## خطية

1. كم نقطة تقاطع توجد بين الدالتين:  $f(x) = 2x + 1$  و  $g(x) = 3x^2$  ؟ اشرح وجدها.
2. كم نقطة تقاطع توجد بين الدالتين:  $f(x) = 3x - 7$  و  $g(x) = 2x^2 - 7x + 1$  ؟ اشرح وجدها.
3. كم نقطة تقاطع توجد بين الدالتين:  $f(x) = 7x - 13$  و  $g(x) = 3x^2 - 8x + 5$  ؟ اشرح وجدها.
4. كم نقطة تقاطع توجد بين الدالتين:  $f(x) = 6x - 13$  و  $g(x) = 5x^2 - 4x - 8$  ؟ اشرح وجدها. (أرسم)
- (إرشاد: توجد نقطة واحدة مشتركة للدالتين. المستقيم لا يقطع الدالة وإنما يمَسّها).
5. هل المستقيم  $f(x) = -5x - 4$  يقطع الدالة  $g(x) = x^2 - x$  أم يمَسّها؟ علل وارسم. (الجواب: يمَسّها. في أي نقطة؟)
6. هل المستقيم  $f(x) = 3x - 2$  يقطع الدالة  $g(x) = x^2$  أم يمَسّها؟ علل وارسم. (الجواب يقطعها. في أي نقاط؟)
7. هل المستقيم  $f(x) = -x - 3$  يقطع الدالة  $g(x) = 2x^2 + x$  أم يمَسّها؟ علل وارسم. (الجواب: لا يقطعها ولا يمَسّها، يقع تحت الدالة التربيعية).
8. معلوم أن المستقيم  $y = 5$  هو مماس للدالة التربيعية  $g(x) = x^2 - 4x + m$ . جد قيمة  $m$ . اشرح. (الجواب:  $m = 9$ ). (إرشاد: يوجد حل واحد ووحيد للمعادلة التربيعية إذا وفقط إذا  $\Delta = 0$ ).

9. معلوم أن المستقيم  $y = -7$  هو مماس للدالة التربيعية  $g(x) = 3x^2 - mx + m + 2$ .  
جد قيمة  $m$ . اشرح.

10. معلوم أن المستقيم  $y = m$  هو مماس للدالة التربيعية  $g(x) = x^2 - 2mx + 3m + 8$ .  
جد قيمة  $m$ . اشرح

11. هل توجد دالة تربيعية تحقق الشرطين الآتيين معًا؟ الشرط الأول:  $f(x) \leq 4$  لكل  $x$ .  
الشرط الثاني: المستقيم  $y = 4$  هو مماس للدالة. (اكتب الصورة العامة لهذه الدوال).

12. هل توجد دالة تربيعية تحقق الشرطين الآتيين معًا؟ الشرط الأول:  $f(x) \geq 4$  لكل  $x$ .  
الشرط الثاني: المستقيم  $y = 4$  هو مماس للدالة. (اكتب الصورة العامة لهذه الدوال).

13. هل توجد دالة تربيعية تحقق الشرطين الآتيين معًا؟ الشرط الأول:  $f(x) > 5$  لكل  $x$ .  
الشرط الثاني: المستقيم  $y = 7$  هو مماس للدالة. (اكتب الصورة العامة لهذه الدوال).

14. معلوم أن المستقيم  $y = 7x + k$  مماس للدالة  $g(x) = x^2 + 3x$ . احسب قيمة  $k$ .

15. معلوم أن المستقيم  $y = -x + k$  مماس للدالة  $g(x) = -x^2 + 5x$ . احسب قيمة  $k$ .

16. معلوم أن المستقيم  $y = mx - 1$  مماس للدالة  $g(x) = x^2 + 4x$ . احسب قيمة  $m$ .  
(يوجد حلان).