

( بقلم: د. علي عثمان )

## مربع عدد رقم أحاده 5

ننظر بإمعان في المتساويات الآتية:

$$15^2 = 225 \quad , \quad 25^2 = 625 \quad , \quad 35^2 = 1225 \quad , \quad 45^2 = 2025$$

نلاحظ أن:

كلّ مربعٍ منها ينتهي بـ 25 (أي أنّ رقم الأحاد 5 ورقم العشرات 2)

عدد مئات العدد 625 هو 6 وهو يساوي  $2 \times 3$  (لاحظ أنّ 2 هو عدد عشرات العدد 25)

عدد مئات العدد 1225 هو 12 وهو يساوي  $3 \times 4$  (لاحظ أنّ 3 هو عدد عشرات العدد 35)

عدد مئات العدد 2025 هو 20 وهو يساوي  $4 \times 5$  (لاحظ أنّ 4 هو عدد عشرات العدد 45)

يتوقع القارئ بعد أن يلاحظ هذا أن:

$$55^2 = 3025 \quad , \quad 65^2 = 4225 \quad , \quad 75^2 = 5625 \quad , \quad 85^2 = 7225$$

وبعد فحص الإجابات المتوقعة (بواسطة الحاسبة) يتأكد من صواب ما توقعه. يتمتع الكثير من التلاميذ والمعلمين وحتى الأشخاص الذين لا يهتمون بالرياضيات بهذه الصفة الرياضية، لدرجة أن منهم من يصفونها أنها عجيبة، أو أمر يثير العجب، أو صفة مدهشة. ابتداءً من اللحظة التي تتمّ فيها إثارة الدهشة والغرابة لدى الطالب من واجب المعلم أن يهتمّ بتحسين التفكير الرياضي لدى تلاميذه بواسطة تحفيزه على البحث عن الأسباب، أو الشك في صواب العمومية ومن ثمّ التفكير بالبرهان الرياضي. من الضروري عرض قضايا من هذا القبيل أمام التلاميذ من أجل إثارة حبّ الاكتشاف لديهم والتحفيز على السؤال: هل الصفة عامّة؟ ما السبب؟ كيف نبرهن؟ بهذا ننهي التفكير الناقد عند التلاميذ، والتفكير للاكتشاف، والشعور بضرورة البرهان. لقد استمعت لكثير من المعلمين في المرحلة الإعدادية وحتى الثانوية الذين عرضوا هذه الأمثلة أمام تلاميذهم بهدف استمالتهم نحو الرغبة في الرياضيات، وذكروا أن العديد من التلاميذ دهشوا من هذه الصفة، وأنهم استطاعوا اكتشاف القاعدة. هناك طلاب سألو لماذا الصفة عامّة وما السرّ في ذلك؟ وهناك من أرادوا البرهان.

أعرض فيما يلي كيفية استمرار الدرس:

### كشف السرّ والبرهان:

كل عدد رقم أحاده 5 هو من الصورة  $10a+5$ . لذلك فإن مربعه من الصورة  $(10a+5)^2$

$$(10a+5)^2=100a^2+2\times 10a\times 5+25$$

$$=100a^2+100a+25$$

$$=100\times(a^2+a)+25$$

$$=100\times a(a+1)+25$$

لذلك فإن العدد يبدو من الصورة:  $a(a+1)\times 100+25$

أي أنه من هذه الصورة:  $\overline{a(a+1)25}$

حيث أن رقم الأحاد = 5 ورقم العشرات = 2 وباقي أرقام العدد هي أرقام العدد  $a(a+1)$ .

مثلاً العدد 135 هو من الصورة  $10a+5$ ، حيث أن  $a=13$ . رقم أحاد العدد  $(135)^2$  هو 5 ورقم عشراته هو 2، وباقي أرقام العدد

هي أرقام العدد  $13\times(13+1)=182$  لذلك فإن  $(135)^2=18225$  وفعلاً عند حساب  $(135)^2$  نجد أنه يساوي 18225.

مثلاً العدد 225. هو من الصورة  $10a+5$  حيث أن  $a=22$ ، رقم أحاد  $(225)^2$  هو 5 ورقم عشراته هو 2 وباقي أرقام العدد هي أرقام

العدد  $22\times 23=506$ . لذلك فإن  $(225)^2=50625$  وعند الفحص نتأكد من صحة الجواب.

أسئلة:

1. احسب، حسب نفس الفكرة، مربع كل واحد من الأعداد: 115, 315, 715.

2. هل العدد 9511679831715 هو مربع تام؟ علل

الجواب: كلا. لأن رقم أحاده 5 فلو كان مربعاً تاماً لكان مربعاً لعدد من الصورة  $10a+5$ . لكن مربع عدد من هذه الصورة يجب أن

يكون رقم عشراته 2. لذلك فإن هذا العدد ليس مربعاً تاماً لأن رقم عشراته 1 وليس 2.

استنتاج: كل عدد رقم أحاده 5 ورقم عشراته يختلف عن 2 ليس مربعاً تاماً. (كيف استنتجنا ذلك؟!).

3. هل العدد 625 هو مربع تام؟

جواب: نعم هو مربع العدد 25 ( $6=3 \times 2$ ).

4. هل العدد 3025 هو مربع تام؟

جواب: نعم هو مربع العدد 55 (لأن  $30=6 \times 5$ ).

5. هل العدد 5625 هو مربع تام؟

جواب: نعم هو مربع العدد 75 (لأن  $56=8 \times 7$ ).

6. هل العدد 65025 هو مربع تام؟

الحل: نبحث عن عددين حاصل ضربهما 650. نجد العددين 26 و25. لذلك فالجواب إيجابي. هذا العدد هو مربع العدد 255.

7. هل العدد 5497481325 هو مربع تام؟

الجواب: كلا. لأن العدد 54974813 لا يساوي حاصل ضرب عددين متتاليين. (لماذا؟!)

8. هل العدد 1257766825 هو مربع تام؟

جواب: كلا. لأن العدد 12577668 لا يساوي حاصل ضرب عددين متتاليين. (لماذا؟!)

ملاحظة: رقم أحاد حاصل ضرب عددين متتاليين هو أحد الأرقام 0,2,6. (برهن!).

استنتاج: كل عدد رقم أحاده 5 ورقم عشراته 2 ورقم مئاته من بين الأرقام 1,3,4,5,7,8,9 ليس مربعًا تامًا.

9. هل يمكن الاستنتاج بأن كل عدد رقم أحاده 5 ورقم عشراته 2 ورقم مئاته 0 أو 2 أو 6 هو مربع تام؟

ملاحظة: العدد 225 مربع تام  $= (15)^2$ . العدد 1225 مربع تام (يساوي  $(35)^2$ ).

العدد 15625 مربع تام (يساوي  $(125)^2$ ). لكن العدد 7625 ليس مربعًا تامًا (لأن العدد 76 لا يساوي حاصل ضرب عددين

متتاليين). العدد 7025 ليس مربعًا تامًا (لأن العدد 70 لا يساوي حاصل ضرب عددين متتاليين). لكن العدد 7225 هو مربع تام

( $85^2=7225$ ,  $9 \times 8=72$ ). واضح أن الملاحظة جاءت لتبين لنا أن جواب السؤال السابق هو سلبى. أي أن الاستنتاج المذكور فيه

غير ممكن.