**نظرية فيثاغورس**

نظرية فيثاغورس: في كل مثلث قائم الزاوية مجموع مربعي الضلعين القائمين يساوي مربّع الوتر.

ليكن ABC مثلثاً قائم الزاوية . نفرض أن



نبرهن أن: 

طريقة 1: . نرسم مربعاً طول ضلعه a+b . لتكن E,F,G,H

النقاط التي تقسم أضلاع المربع , كل ضلع لقسمين طول أحدهما a والآخر b .( انظر شكل 2).

من السهل أن نبرهن أن EFGH هو مربع.

عند حساب مساحة المربع ABCD بطريقتين مختلفتين

نتوصل إلى أن:



نفك الأقواس فنحصل على:



لذلك:  (نتعلّم من هذا وجود نظريات يمكن برهانها أو اكتشافها عند حساب مقدار معين بطريقتين مختلفتين).

طريقة 2:. انظر الشكل. انظر الشكل. نحصل على شبه منحرفABCD مكوّن من مثلثين مطابقين للمثلث المعطى ، الذي ضلعاه القائمان هما a و b ووتره c, ومثلث ثالث قائم الزاوية ومتساوي الساقين(برهن ذلك). نحسب مساحة شبه المنحرف بطريقتين مختلفتين:

مجموع مساحات المثلثات الثلاثة = مساحة شبه المنحرف حسب القانون



لذلك: 

لذلك: 

لذلك: 

لذلك: 

**مسألة في الهندسة وطرق حل مختلفة**

معطى مثلث قائم ACB (زاوية C قائمة). CD هو الارتفاع النازل على الوتر . معلوم أنّ  و  و . المطلوب حساب طول الارتفاع CD بدلالة أضلاع المثلث.

طريقة 1. يتحقق التشابه  بسبب تساوي الزوايا على التناظر. نرمز:  ،  و . بسبب التشابه يتحقق التناسب الآتي:

 . من التناسب  ينتج أنّ: 

ومن التناسب  ينتج أنّ : 

لذلك:  لذلك فإن  .

وبما أن  فإن 

لذلك  لذلك 

لذلك . لكن  حسب نظرية فيثاغورس.

لذلك فإن:  لذلك فإن:  .

أي أنّ : .

 (إذا أردنا إيجاد x فنستعين بالتناسب  والذي ينتج منه أن  . لذللك فإن  . ينتج أن  و ).

طريقة 2: نستعمل نفس الرموز السابقة. حسب نظرية فيثاغورس في المثلث ينتج أن 

ومن نظرية فيثاغورس في المثلث ينتج أن . حصلنا على الهيئة

 

نطرح فنحصل على  . نفك الأقواس فنحصل على  وهي تكافئ المعادلة  ، وهي تكافئ  . علينا الانتباه إلى أن  (حسب نظرية فيثاغورس). لذلك فإن: . لذلك فإن: . نحسب الآن قيمة الارتفاع h حسب المعادلة الأولى: 

حسب نظرية فيثاغورس فإن  لذلك فإن  لذلك فإن: .

النتيجة: 

(انتبه: خلال الحل وجدنا أنّ  ).

طريقة 3: تشبه طريقة 1 وتعتمد كلياً على التشابه ولكن نتعلم منها على أي المثلثات ننظر. يتحقق التشابه  بسبب تساوي الزوايا على التناظر. بسبب التشابه يتحقق التناسب: .

من التناسب الأول:  ينتج أن .

 النتيجة: .

طريقة 4: نعتمد على المساحة. نحسب مساحة المثلث ACB بطريقتين:

1) حسب الضلعين القائمين: 

2) حسب الوتر والارتفاع النازل عليه: .

لذلك فإن:  . لذلك فإن:  لذلك فإن: .